

# Elementare Herleitung der Dirac-Gleichung. IV

Hans Sallhofer

Z. Naturforsch. **35a**, 995–996 (1980);  
eingegangen am 5. August 1980

## Elementary Derivation of the Dirac Equation. IV

This paper attempts to make evident the basic ideas behind the alternative electrodynamic model of the hydrogen atom.

Nach den Ausführungen zwischen [1] (1) und [1] (4) kann die Schrödinger'sche Wellenmechanik als eine mehrfach vereinfachte Elektrodynamik aufgefaßt werden, die irgendeine der sechs Komponenten der Elektrodynamik [1] (5) simplifiziert wiedergibt. Sie erscheint daher gut geeignet, Vorstellungen, die die Elektrodynamik [1] (5) nahelegt, im Licht einfacher Übersichtlichkeit aufzuzeigen.

Eine der schwerstwiegenden Aussagen, die sich unterhalb [3] (9) aus der Elektrodynamik [1] (5) ergeben, ist die Konklusion, daß z.B. das Wasserstoffatom aus zwei sich gegenseitig brechenden maxwellischen Wellenfeldern besteht (Interfraktionstheorie). — Hier sei versucht, diese Folgerung im Schrödinger-Bild sichtbar zu machen.

Die Schrödinger-Gleichung

$$\{A - 2m[(1/\hbar^2)\Phi - (1/\hbar)i\partial/\partial t]\}\Psi = 0 \quad (1)$$

beschreibt ein Zweikörperproblem der beiden Massen  $m_1$  und  $m_2$  mit Hilfe der reduzierten Masse

$$m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2). \quad (2)$$

Für viele Modellfälle mit bestimmten Annahmen über das Potential (z.B. H-Atom) wird bekanntlich eine der beiden Systemmassen, etwa  $m_1$  als unendlich groß angenommen. Dann folgt für die andere  $m_2 = m$ . Werden dagegen beide Massen als gleich groß angenommen, so folgt aus (2)

$$m_1 = 2m \quad \text{und} \quad m_2 = 2m. \quad (3)$$

Die Schrödinger-Gleichung (1) beschreibt also für ein festgehaltenes  $m$  sowohl das System ( $m_1 = \infty$ ,  $m_2 = m$ ) als auch das System ( $m_1 = 2m$ ,  $m_2 = 2m$ ).

In der Elektrodynamik des H-Atoms kann sich die Lösung  $\Psi$  auf kein Umlaufelektron beziehen, weil ein solches nicht vorhanden sein kann [3] (unterhalb (9)). Hier hat man es vielmehr mit zwei

„gleichschweren“ Wellenfeldern,  $\Psi^{\text{Re}}$  (Realfeld) und  $\Psi^{\text{Im}}$  (Imaginärfeld), zu tun, die sich nach [3] (9) nur durch die Verschiedenheit der Phasenlagen unterscheiden. Für die gemittelten Schwerpunkte der beiden Lösungsteile scheint daher das gleichmassige System (3) angemessener zu sein. Im Schrödinger-Bild würde das so aussehen:

Die H-Lösung von (1)

$$\Psi = \Psi^{\text{Re}} + i\Psi^{\text{Im}} \quad (4)$$

hat die beiden „gleichschweren“ Lösungsteile  $\Psi^{\text{Re}}$  und  $\Psi^{\text{Im}}$ . Der Energieschwerpunkt von  $\Psi^{\text{Re}}$  wird angezeigt durch die Mittelung

$$\overline{r^{\text{Re}}} = \int_{\infty} (\Psi^{\text{Re}})^2 \mathbf{r} dv \quad (\mathbf{r}: \text{Radiusvektor}), \quad (5)$$

der des Imaginärfeldes entsprechend durch

$$\overline{r^{\text{Im}}} = \int_{\infty} (\Psi^{\text{Im}})^2 \mathbf{r} dv \quad (\Psi^{\text{Re}} \text{ und } \Psi^{\text{Im}} \text{ als normiert vorausgesetzt}). \quad (6)$$

Der Gesamtschwerpunkt ergibt sich aus der halben Vektorsumme von (5) und (6) zu

$$\bar{\mathbf{r}} = (\frac{1}{2})(\overline{r^{\text{Re}}} + \overline{r^{\text{Im}}}) = (\frac{1}{2}) \int_{\infty} \Psi \dot{\Psi} \mathbf{r} dv. \quad (7)$$

Dies zweimal nach der Zeit abgeleitet bringt

$$2\ddot{\bar{\mathbf{r}}} = \partial^2/\partial t^2 \int_{\infty} \Psi \dot{\Psi} \mathbf{r} dv. \quad (8)$$

Der Satz von Ehrenfest [4] stellt einen Zusammenhang her zwischen der rechten Seite von (8) und dem gemittelten Potentialgradienten

$$\overline{\text{grad } \Phi} = \int_{\infty} \Psi \dot{\Psi} \text{grad } \Phi dv. \quad (9)$$

Er lautet

$$\partial^2/\partial t^2 \int_{\infty} \Psi \dot{\Psi} \mathbf{r} dv = - (1/m) \overline{\text{grad } \Phi}. \quad (10)$$

Aus (8) und (10) folgt

$$2m\ddot{\bar{\mathbf{r}}} = - \overline{\text{grad } \Phi}. \quad (11)$$

Sieht man im Hinblick auf die Symmetrie der Potentialverhältnisse von einer Indizierung der beiden Potentiale ab, so folgt aus (3) und (11) die einfache Näherung

$$m_1 \ddot{\bar{\mathbf{r}}} = - \overline{\text{grad } \Phi} \quad \text{und} \quad m_2 \ddot{\bar{\mathbf{r}}} = - \overline{\text{grad } \Phi}, \quad (12)$$

die durch (7) eingeschränkt wird.

Sonderdruckanforderungen an Dr. H. Sallhofer, Fischerstr. 12, A-5280 Braunau, Austria.

(12) besagt, daß sich die Schwerpunkte der beiden Wellenfelder nach der Newtonschen Mechanik bewegen. Nach (7) liegen sie hierbei antipodisch auf einer Geraden durch den Gesamtschwerpunkt. Aus (7) folgt ferner, daß der Gesamtschwerpunkt ruht, wenn sich das Zweiwellenfeldersystem in einem stationären Zustand befindet.

Hieraus und aus bezüglichlichen Handhaben in [1], [2] und [3] ergeben sich für die elektrodynamische Beschreibung des Wasserstoffatoms folgende Grundvorstellungen:

- 1) Das H-Atom besteht aus zwei elektromagnetischen Wellenfeldern, die sich gegenseitig nach [1] (12) brechen: [3] (unterhalb (9)).
- 2) Die Feldvektoren beider Felder sind Tangenten an Kugeln um das Lösungszentrum: [1] (zwischen (4) und (5)) sowie [3] (7).
- 3) In der Schrödingerschen Näherung bilden die Energieschwerpunkte der beiden Wellenfelder ein Zweikörpersystem mit gleichen Massen im Sinne der Newtonschen Mechanik: (12) und (7).
- 4) Der radiale Feldverlauf der beiden Maxwellfelder ist durch die Radialfunktion des Feldskalars bzw. der Feldkomponenten

$$R = \exp(-\alpha r) (2\alpha r)^l L_{n+l}^{2l+1}(2\alpha r) \quad (\text{Schrödinger}), \quad (13)$$

$$R = \exp(-\lambda r) \sum a_k r_2^{2+k} \quad (\text{Dirac}) \quad (14)$$

bestimmt. Er zeigt, daß sich die beiden Wellenfelder im Lösungszentrum zu integrierbaren Singularitäten aufschieben. Bekannte wellenmechanische Lösungen des H-Problems sind nicht eindeutig, wie ein Vergleich von beispielsweise [5] (Seite 487) und [7] (Seite 529) zeigt. Eindeutigkeit der Lösungen kann erst die Maxwell-Elektrodynamik [1] (5) durch ihre Bedingung [3] (7) erzwingen. Die Elektrodynamik [1] (5) führt auch zu einer veränderten Photonen-Theorie [6].

Die Zentralsingularität der H-Lösung von [1] (5) und ihr nahes Umfeld bilden den „Kern“ der Lösung. In einer nach außen anschließenden Kugelschale machen sich die Polynome von (13) bzw. (14) durch polynomartigen Verlauf der Radialfunktion bemerkbar. Dieser Feldbereich bildet die „Hülle“ der Lösung. Im restlichen Kugelraum außerhalb von Kern und Hülle ist die Radialfunktion primär durch den Exponentialfaktor von (13) bzw. (14) bestimmt.

- 5) Die relativistische Wellenmechanik und die Maxwell-Elektrodynamik beschreiben das H-Atom als Zweiwellenfelder- bzw. als Zweikörpersystem mittels kongruenter Formalismen [1] (10–11). Zwischen den beiden Theorien besteht daher ein Systemisomorphismus. Zu jeder wellenmechanischen Version eines atomaren Vorgangs existiert eine elektrodynamische.

[1] H. Sallhofer, Z. Naturforsch. **33a**, 1378–1379 (1978).

[2] H. Sallhofer, Z. Naturforsch. **34a**, 772 (1979).

[3] H. Sallhofer, Z. Naturforsch. **34a**, 1145 (1979).

[4] P. Ehrenfest, Z. Physik **45**, 455 (1927).

[5] C. Schaefer, Einführung in die Theoretische Physik, 3. Band, 2. Teil, 2. Auflage, Walter de Gruyter & Co, Berlin 1951.

[6] A. da Silveira, Z. Naturforsch. **34a**, 646 (1979).

[7] H. A. Bauer, Grundlagen der Atomphysik, vierte Auflage, Springer-Verlag, Wien 1951.